



शैक्षणिक उपक्रम संशोधिका, ज्ञान प्रबोधिनी

# ई-प्रशिक्षक

प्रयोगशील प्रतिभासंपन्न शिक्षकांसाठीचे ई-मासिक

राष्ट्रीय सौर आश्विन-कार्तिक शके १९४४

ऑक्टोबर २०२२

वर्ष : ९ अंक : ९



## संपादकीय

सस्नेह नमस्कार,

हे शिक्षक मला शिकवायला होते! हे माझे गणिताचे, इतिहासाचे, भाषेचे शिक्षक! हे माझे शिक्षक होते! आपले विद्यार्थी आपली वेगवेगळ्या प्रकारे ओळख करून देत असतात. आपला विद्यार्थ्यांशी कसा आणि कोणत्या प्रकारचा संवाद झाला आहे यावर विद्यार्थ्यांचा प्रतिसाद निश्चित होत असतो.

आपण शिक्षक म्हणून आपल्या अध्यापनाच्या विषयात किती गुंतलेलो आहोत, आपण शिक्षक म्हणून आपल्या शिक्षकीपेशात किती गुंतलेलो आहोत, आपण शिक्षक म्हणून आपल्या विद्यार्थ्यांत किती गुंतलेलो आहोत या तीन प्रकारच्या गुंतवणुकी आपला विद्यार्थ्यांशी कसा आणि कोणत्या प्रकारचा संवाद होणार हे निश्चित करत असतात.

आपला अध्यापनाचा विषय हा शिक्षक-विद्यार्थी संवादाचे माध्यम असल्याने आपली विषयाबद्दलची आवड, आपले विषयावरचे प्रभुत्व, आपली विषय शिकवण्याची उद्दिष्टे, आपली विषय समजावून सांगण्याची हातोटी आणि विषय विद्यार्थ्यांला उलगडत जावा वा त्याने तो स्वतः उलगडण्याचा प्रयत्न करावा याबद्दल आपण केलेली अध्ययन अनुभवांची योजना यावर शिकण्याची प्रक्रिया निश्चित होत असते.

ई-प्रशिक्षकच्या या अंकात गणित विषयाबद्दल आयुष्यभर ज्यांनी असा विचार केला, अशा कै. प्रा. मनोहर राईलकर सरांचा आणि त्यांनी केलेल्या गणित अध्यापनाच्या लेखनाचा परिचय करून देणारे लेख आहेत.

विषय अध्यापन करताना अध्यापनाच्या उद्दिष्टापर्यंत आपल्याला पोचण्यासाठी ज्या समस्या जाणवतात, त्या सोडवण्यासाठी प्रयोग आणि शैक्षणिक साहित्य निर्मिती शिकण्याची प्रक्रिया निश्चित करणारा महत्त्वाचा घटक आहे.

ई-प्रशिक्षकच्या या अंकात अशाच एका द्विभाषा पुस्तक निर्मितीच्या शैक्षणिक प्रयोगाबद्दल आपल्यापर्यंत पोचवत आहोत.

दसऱ्याच्या मुहुर्तावर ज्ञानरूपी सोने लुटून आपल्या शिक्षक मित्रांना ई-प्रशिक्षकचे सभासद होण्यासाठी आपण जरूर आवाहन करावे. तसेच या ज्ञानरूपी सोन्याच्या तेजाने व दिवाळीतील प्रकाशाने आपल्या सर्वांना उर्जा मिळो ही सदिच्छा!

- प्रशांत दिवेकर  
ज्ञान प्रबोधिनी, पुणे

संस्थापक संपादक  
कै. विवेक पोंक्षे

संपादक  
प्रशांत दिवेकर

सहाय्यक संपादक  
ऋतुजा देशमुख

अक्षरजुळणी व मांडणी  
सोहम क्रिएशन  
८६०५५६७६५७

## आले विद्यार्थ्यांच्या मना...

संत तुकाराम महाराजांच्या सुप्रसिद्ध अभंगाची सुरुवात आहे, 'आले देवाजीच्या मना.....' अगदी तसेच आमच्या दहावीच्या २०२१-२२ बॅचच्या मुला-मुलींच्या मनात काही आलं आणि त्यांनी ते सावकाशपणे, मधूनमधून येणाऱ्या कंटाळ्याला निश्चयपूर्वक झटकून टाकून, पूर्णत्वाला नेलं.

कलेचा समावेश अभ्यासक्रमात असला पाहिजे आणि अभ्यासक्रमाचे वेगवेगळे तुकडे न करता तो एकात्म असायला हवा याबद्दल अनेक शिक्षणतज्ज्ञांचं एकमत आहे. जरी शासकीय अभ्यासक्रम विभागलेला असला तरी पूर्वीही एकमेकांच्या सहकार्याने सारे विषय एकमेकांशी कसे जोडता येतील यावर शिक्षकांनी सतत विचारमंथन करून अनेक मार्ग शोधले आहेत.

कला, भाषा, गणित आणि शास्त्र मिळून एक सुंदर वस्त्र कसं विणता येतं, याचं प्रात्यक्षिक सुप्रसिद्ध चित्रकार मा.श्री बाळ वाड यांच्या सहवासात १९९२ साली मला अनुभवता आलं. तळमजल्यावर महासागर, वरच्या मजल्यावर पृथ्वी आणि या दोन्हीतील वनस्पती व प्राणी यांचं विश्व रेखाटून आणि रंगवून झाल्यावर अवकाशातील ग्रह तारे आकाशगंगा यांच्या मुलांनी काढलेल्या भिंतीवरील चित्रांनी आमच्या शाळेचं रूपच पालटलं. आम्हा सर्वांना सर्जनाची प्रेरणा आणि अभ्यासाकडे पाहण्याची एक नवी दृष्टी मिळाली. मग हराळीच्या आमच्या शाळेत त्याच आनंदाचा अनुभव मुला-मुलींनी पण घ्यावा असा विचार करून काही वर्षं सलगपणे दहावीच्या वर्गातील मुला-मुलींनी वर्गखोलीच्या बाहेरील भिंतीवर खूप सुंदर आणि मजेदार भित्तिचित्रं काढून रंगवण्याचा प्रकल्प शाळेंत केला. विषय विद्यार्थ्यांनीच निवडला, भिंत त्यांनीच घासून काढली, प्रायमर देऊन त्यावर अँक्रिलिक रंग वापरून प्रत्येक वर्षी एक अशी अनेक चित्रं सातत्यानं गेली काही वर्षं रंगवली.

हे काम करताना खूप मजा तर यायची पण त्याबरोबर भिंत घासताना खांदे भरून येणं, दंड दुखणं अशा किरकोळ त्रासाला पण तोंड द्यावं लागायचं. शिड्यांवर चढून भिंती रंगवण्याच्या या प्रकल्पात मुला-मुलींना भरपूर स्वातंत्र्य आणि नवनिर्मितीचा आनंद मिळाला. त्यांची इच्छा इथल्याच परिसरातील विषय

निवडावा अशी असायची. मग आम्ही प्रभातफेरीला बाहेर पडून विद्यार्थ्यांना आवडलेल्या, निसर्गाच्या विविध आविष्कारांची वेगवेगळ्या मोसमातील छायाचित्रं कॅमेऱ्यामध्ये बद्ध करत असू. हा सगळ्यांचा अतिशय आवडता टप्पा होता. एकीकडे बारकाईनं निरीक्षण चालू असलं तरी परत गेल्यावर वर्गात बसून त्यावर निबंध लिहायची सक्ती नव्हती किवा कोणी प्रश्न विचारून मार्क्सही देणार नव्हतं. मोकळ्या मनाने हे निरीक्षण चालू असायचं. जोडीला भरपूर थडामस्करी! बाजारात विकत मिळणाऱ्या पाण्याच्या बाटलीच्या झाकणाला बारीक भोक पाडून रस्त्यावर चित्रं रेखाटण्याचा नादही काही मुलींना लागला होता. शाळेत परत आल्यावर सगळेजण मिळून त्या छायाचित्रांमधून सर्वानुमते एक चित्र निश्चित करायची. मग प्रत्यक्ष रंगवायला सुरुवात करण्याआधी भिंत घासण्याचा संगीत कार्यक्रम असे. प्रबोधन गीतांबरोबरच 'मुझे नींद ना आये, चैन ना आये' यासारखं एखादं बॉलीवुडचं आवडतं गाणंही मधूनच ठेका देत (रंगाचा डबा दोन गुडघ्यांमध्ये धरून तो बडवत) म्हणणं, ते सुद्धा शिड्यांवर आणि टेबलांवर बसून, हा ठरलेला कार्यक्रम होता. घासलेल्या भिंतीचा पांढरा रंग सर्वांगाला लागल्यामुळे विंदांची पिशी मावशीची भुतावळ हराळीला भेट द्यायला आली आहे असं वाटत होतं! या प्रकल्पांच्या दरम्यान शाळेमागील अवाढव्य वड आमच्या तेव्हाच्या ग्रंथालयात जाऊन रुजला. एवढंच नाही तर त्याला पिंपळाची पानं आली कारण, 'आले दहावी च्या मुलांच्या मना.' पिंपळाची पानं अधिक रेखीव दिसतात आणि काढायला मज्जा येते हे कारण पुरेसं होतं पिंपळ - वड एक व्हायला. एका भिंतीवर करडईची शेतं, एका भिंतीवर एक मोठं सूर्यफूल, नौदलातील पाणबुडी, हवाई दलातील विमानं आणि सैन्य दलातील रणगाडे यांसारख्या अनेक चित्रांनी शाळेच्या भिंती मुलांमुलींनी मनसोक्त रंगवल्या. भिंतीवरील वडाला पिंपळांची पानं काढणारे, बिघडलेल्या कमळाच्या चित्राचं रूपांतर ऑक्टोपसमध्ये करणारे रविवर्मा आणि पिकासो आमच्या छोट्याशा हराळीतच राहायचे. ही भित्तिचित्रं म्हणजे १० वी नंतर शाळा सोडताना त्यांनी शाळेला दिलेली प्रेमाची भेट असायची.

कोविडचा राक्षस आला आणि त्यानं हे सगळं बंद करायला लावलं. काळजी, भीती आणि नियमांचं पालन करण्याची त्या काळातील गरज लक्षात घेऊन भिंती रंगवण्याचा प्रकल्प हाती घेणं योग्य नव्हतं; पण सर्जनशील मनं, स्वातंत्र्य आणि इच्छाशक्ती या तीन गोष्टी एकत्र आल्यावर उत्स्फूर्त सर्जनाच्या

धबधब्याला कोण, का आणि कशाला थांबवेल? कोविडच्या राक्षसानं रस्ता अडवल्यावर भिंत रंगवण्याचा विचार बाजूला ठेवून, त्या काळात शाळेच्या परिसरात राहणाऱ्या लहान मोठ्या वयाच्या मुला-मुलींनी एक सुरेख चित्रकथा तयार केली. गोष्ट आमच्या सर्जनशील शिक्षिका अर्चनाताईंनी लिहिली. इथे हराळीत राहिलेल्या कार्यकर्त्यांची मुलं-मुली कॉलेज - शाळा बंद असल्याने इकडे आली होती. ती आणि हराळीच्या शाळेतील मुलं-मुली असा छान गट तयार झाला. मुक्ता, सई, अपूर्वा या टेक्नॉलॉजीची चांगली जाण असलेल्या, वयानं थोड्या मोठ्या मुलींनी या नव्या अनुभवाचं ज्या उत्साहानं स्वागत केलं त्याला तोडच नाही. त्याचा संसर्ग मोठ्यांनाही झाला. चित्रकलेची आवड असलेल्या आमच्या शाळेतील मुला-मुलींची पण चंगळ झाली. अभ्यासाचं जू मानेवर नाही आणि मनसोक्त चित्रं काढायला भरपूर कागद, मुबलक रंग, मार्गदर्शन, आणि मोकळी जागा तर मिळालीच; जोडीला पोटपूजाही व्हायची. सुदैवाने चित्रात हरवून जाऊन चहाच्या ऐवजी रंगाचं पाणी कोणी प्यायलं नाही!!! चित्रं काढण्याचं काम मज्जेत एकत्र बसून गप्पा टप्पा करत चालू होतं. हसण्याच्या आवाजानं आसमंत भरून गेला होता.

दोघं बहीण-भाऊ आणि त्यांची आई आजोळी जातात आणि मित्रांबरोबर चोरून आंबे खाताना पकडले जातात. बस्स! एवढंच कथानक चित्रांच्या माध्यमातून मुला-मुलींनी अतिशय प्रभावीपणे व्यक्त केलं होतं. खरोखरच इतक्या साध्या, सोप्या कथानकात अतिशय मनोहर रंग मुला-मुलींनी भरले होते! तेव्हा आम्ही सगळीच या क्षेत्रात पूर्णपणे अनभिज्ञ असल्याने, ती काढलेली चित्रं नंतर पुस्तक स्वरूपात आणायला खूप जास्त काम करावं लागलं.

त्यानंतर आलेलं वर्षही अनिश्चितता घेऊनच आलं. याही वेळी भिंतीवर म्युरल रंगवणं शक्य नव्हतं. मग दहावीच्या विद्यार्थ्यांना चित्रकथेचा प्रकल्प करायला तुम्हाला आवडेल का? असं विचारल्यावर त्यांनी उत्साहानं प्रतिसाद दिला.

रवी, जगदीश, ओम, संदेश, विद्या, दुर्गा, प्रिया, रंजना, अनिषा आणि इंग्लिश विषयाच्या शिक्षिका प्रियांकाताई या सगळ्यांचा सहभाग या प्रकल्पात होता. इतरही काही मुला-मुलींचा अधूनमधून सहभाग असायचा. गोष्ट रचताना मुलांनी जे निकष ठरवले ते असे - १ गोष्ट उत्कंठा वाढवते का? २. विषयात नावीन्य आहे का? ३ अॅक्शन पॅक्ड आहे का? ४. शेवटपर्यंत उत्कंठा टिकून

राहते का? ५. त्यामध्ये विनोद आहे का? ६. गोष्टीतून काही संदेश मिळतो आहे का?

अनेक विषयांवर गोष्टी रचून एकेकानं किंवा जोडीजोडीनं सांगितल्या. अनिषाच्या गोष्टीत आधुनिक काळातील आणि प्राचीन काळातील जगण्याच्या पद्धतीतील फरक रंगवला होता. जगदीश आणि रवी यांनी दोन विरुद्ध विचार आणि सवयी असलेली दोन गावं शेवटी कशी एकत्र येतात ते सांगितलं होतं. त्यापैकी एका गावात वेळ अत्यंत काटेकोरपणे पाळतात आणि दुसऱ्या गावाला वेळेशी काहीही देणं घेणं नसतं. विद्यानं दोन दगडांची गोष्ट सांगितली. एका दगडाला वेदना सहन करण्याची इच्छा असते व दुसऱ्या दगडाला वेदना सहन करायच्या नसतात. शिल्पकार पहिल्या दगडाला निवडतो आणि त्यापासून देवाची सुंदर मूर्ती तयार करतो.

शेवटी सर्वानुमते रवी आणि जगदीशची गोष्ट निवडली. गोष्टीचा आराखडा आधी मराठीत आणि त्याच बरोबर इंग्रजीमध्ये लिहायला सुरुवात केली. रोज संध्याकाळी जेवणाच्या पूर्वी ध्यान मंदिरात बसून चित्रं काढायला सुरुवात केली. चित्रकथा (ग्राफिक बुक) ही संकल्पना पूर्णपणे नवीन असल्यानं त्यांना आलेल्या शंकांचं निरसन करायचं काम मी आणि प्रियांकाताई करत होतो. दहावीचं वर्ष असल्यानं हे काम अभ्यास सांभाळून चालू होतं. जाणीवपूर्वक वेळ काढावा लागत होता. पात्रं, संवाद, चित्रांची संकल्पना त्यांचीच होती. परीक्षा जवळ येत गेली तशा सुरुवातीला वारंवार ऐकू येणाऱ्या हास्याच्या लहरी विरळ होत गेल्या. पुस्तक पूर्ण झाल्यावर ज्या आनंदाने चेहेरे झळकत होते ते दृश्य अविस्मरणीय होतं.

प्रशाळेला भेट देण्यासाठी आलेल्या काही तज्ज्ञ व्यक्तींनी बहुमोल सूचनाही केल्या, ज्यांचा आम्हाला चांगला उपयोग झाला. मा. पद्मजाताई जोशी प्रबोधिनीच्या दुसऱ्या बॅचच्या विद्यार्थिनी! त्यांनी सगळी चित्रं स्कॅन करून त्यामध्ये मराठी व इंग्लिश भाषेतील संवाद योग्य जागी बसवण्याचं अतिशय महत्त्वाचं काम न कंटाळता निरपेक्ष मनानं केलं. त्यांच्या मदतीशिवाय आमच्या चित्रकथेला पुस्तकाचं स्वरूप येणं अशक्य होतं.

केंद्र प्रमुख मा. अभिजित दादांचा पाठिंबा नेहमीच 'जाणवतो', तसाच तो हा प्रकल्प करतानाही जाणवत होता. आवश्यक ते साहित्य वेळेत पुरवलं जायचं. ज्योत्स्ना प्रकाशनाच्या मदतीशिवाय हे पुस्तक प्रत्यक्षात येऊ शकलं

नसतं.

या प्रकल्पातून काय मिळालं मुला-मुलींना ?

\* कल्पनेच्या मनसोक्त भराच्या मारण्याची संधी मिळाली. गोष्टींचे विषय ठरवताना थेट आदि मानवापासून ते असंख्य आकाशगंगा आणि त्यावर वस्ती असेल का यावर संवाद झाला. माणसाची वेळेची संकल्पना आणि विश्वाची वेळेची संकल्पना एक आहेत की वेगळ्या आहेत, यावर मोकळ्या मनानं गप्पा मारताना एका वेगळ्याच विश्वात सगळे गेलो होतो. पाठ्यपुस्तकाच्या आणि ठराविक प्रश्न-उत्तरांच्या साचेबद्ध विचारांतून बाहेर पडण्यात किती आनंद असतो याचा अनुभव मुलांच्या भाषेत 'भारी' होता.

\* भाषा बोलते तशीच किंबहुना त्याहीपेक्षा प्रभावीपणे चित्रं बोलतात.

\* दोन्ही भाषांमध्ये एकच गोष्ट लिहिणं.

\* अनुवाद हा अनुवाद न वाटता जणू त्याच भाषेतील गोष्ट आहे असा करणं.

\* चित्र काढण्यासाठी खूप मोठा चित्रकार असण्याची गरज नसते हे उमजणं.

\* अशा नवनवीन गोष्टी अनुभवायला मिळाल्या.

याशिवाय...

\* प्रमाणबद्ध चित्रं काढणं

\* perspective

\* रंगसंगती

\* गोष्टीचा क्रम निश्चित करणं.

\* त्या क्रमाला अनुसरून चित्रं काढणं.

\* त्या त्या भूमिकेनुसार त्या पात्राच्या कपड्यांची निवड करणं.

\* सर्व चित्रांमधील ते पात्र वाचकाला ओळखता यावं यासाठी सूक्ष्म आणि जाणीवपूर्वक प्रयत्न करणं.

\* या गोष्टी करताना एकमेकांशी सतत संवाद साधणं. हे करताना खूप काही शिकत गेले सगळेजण.

\* संवादाचं वादात रूपांतर होऊ न देणं हे ही शिकावं लागलं.

\* मुलांच्या मनात भविष्याबद्दल खूप अपेक्षा आहेत. उदाहरण घायचं झालं तर 'स्त्री-पुरुष समानता' हा विषय अत्यंत सहजतेनं गोष्टीत मांडला गेला आहे. पती आणि पत्नी ही दोघंही एकाच कॉलेजमध्ये प्राध्यापक आहेत, पत्नीला निर्णय घेताना पतीची परवानगी घ्यावी लागत नाही, लवकर घरी आलेला पती





## प्रा. मनोहर राईलकर-एक उत्साहाचा आणि ज्ञानाचा झरा

मी ज्यावर्षी स. प. महाविद्यालयात ११ वी ला प्रवेश घेतला, त्याचवर्षी प्रा. मनोहर राईलकर हे सिनिअर कॉलेजचे प्राचार्य म्हणून निवृत्त झाले. त्यामुळे नंतर जेव्हा मी स.प.मध्ये गणित विभागातच बी.एस्सी. करण्यास गेले, तेव्हा त्यांचे नाव खूप ऐकलेले होते, पण प्रत्यक्ष संबंध येण्यासाठी बरीच वर्षे जावी लागली. २०१० साली मी मराठी ब्लॉगर समुदायाच्या माध्यमातून 'अमृतमंथन' या ब्लॉगवर राईलकर सरांचा 'शहाणा भारत आणि वेडा जपान' हा उपरोधिक शीर्षक असलेला लेख वाचला. लेखाचा विषय मातृभाषेतून शिक्षण असा होता. मी त्यावर एक सविस्तर प्रतिसाद लिहिला आणि तेव्हापासून माझा राईलकर सरांशी प्रत्यक्ष संबंध आला. माझ्या त्या प्रतिसादावर ते भलतेच खूष झाले आणि त्यांनी "मला तुमच्या लेखनातून भावी लेखक दिसतोय. तुम्ही वाचलेल्या संबंधी वरचेवर स्वतःची टिपणं काढत राहा आणि आपले स्वतःचे लेखन करा इ. इ." मार्गदर्शन त्यांनी केले. सरांनी मला ई-मेल मधून अधिक माहिती विचारली, तेव्हा मी स.प. चीच गणित विभागातील आणि त्यांच्याच विद्यार्थ्यांची विद्यार्थिनी आहे हे समजल्यावर त्यांना खूपच आनंद झाला होता. मग उत्तरोत्तर आमच्या चर्चा आणि परिचय वाढतच गेला.

सर मूळचे कोकणातील चौलचे. त्यांनी संख्याशास्त्र आणि गणित या दोनही विषयांत एम एस्सी केले होते. स.प. महाविद्यालयात रुजू होण्याआधी ते काही वर्षे संघाचे प्रचारक होते. ते एक प्रखर हिंदुत्ववादी जरी असले तरी ते देव मानत नसत. स.प. महाविद्यालयात प्राध्यापक म्हणून रुजू झाल्यावर लवकरच त्यांना 'शिक्षण प्रसारक मंडळी'चे आजीव सभासद करून घेण्यात आले. त्यामुळे ते शिक्षण प्रसारक मंडळीच्या माध्यमिक शाळांमधील शिक्षकांसाठी, गणित सोपे करून कसे शिकवावे यासंबंधी कार्यशाळा आणि प्रशिक्षण घेत असत. जवळजवळ दहा वर्षे त्यांनी 'बालभारती'च्या गणिताच्या पुस्तकांच्या माध्यमातून, प्राथमिक शाळेतील मुलांना गणित सोपे कसे शिकविता येईल यासाठी काम केले होते. सरांनी स.प. महाविद्यालयाच्या गणित विभागाचे प्रमुख म्हणून तब्बल २९ वर्षे काम पाहिले होते. सेवानिवृत्त होण्याआधी काही वर्षे

त्यांनी स.प. महाविद्यालयाचे उपप्राचार्य म्हणूनही काम पाहिले होते. स.प.मध्ये गणित विभागप्रमुख असतानाच ते पुणे विद्यापीठातही गणित विभागात एम.एस्सी.च्या विद्यार्थ्यांना शिकवत असत; म्हणजे सर खऱ्याअर्थाने केजी टू पीजीचे गणित शिक्षक होते. सरांनी लेखन आणि गणित शिक्षण क्षेत्रात इतकं प्रचंड काम केलेलं आहे की खरंतर पुणे विद्यापीठाने त्यांना मानद विद्यावाचस्पती (पी.एचडी. किंवा डी.लिट) द्यावयास हवी होती.

स.प. मध्ये गणित विभागात शिकविणारे बहुतांश प्राध्यापक हे त्यांचे एम.एस्सी.चे विद्यार्थी. त्यामुळे राईलकर सर हे केवळ त्यांच्या विद्यार्थ्यांमध्येच नाही तर माझ्यासारख्या त्यांच्या नातवंड विद्यार्थ्यांमध्ये (त्यांच्या विद्यार्थ्यांचे विद्यार्थी), ज्यांनी त्यांचे लेख वाचले; त्यांच्यामध्ये देखील एक उत्तम गणित शिक्षक म्हणून प्रसिद्ध होते. बंगलोरहून ३-४ दिवसांसाठी पुण्यात आल्यावर माझी त्यांच्याकडे चक्कर असे. त्यावेळी ते संगणकावर तयार करत असलेले गणित अध्यापनावरचे मोड्यूलस मला दाखवत असत. वाई येथील 'गणित अध्यापक मंडळा'तर्फे त्यांच्या गणित सोपे करून कसे शिकवावे या विषयावरच्या १५-२० पुस्तिका छापलेल्या आहेत. अशीच एकदा त्यांच्याकडे गेले असताना त्यांनी इंग्रजीतून मराठीत भाषांतर केलेली Real Analysis by Rudin 2nd edition ची संगणकावरील प्रत मला दाखवली होती. काही कारणाने ते अप्रकाशित राहिले अशी खंत त्यांनी त्यावेळी बोलून दाखवली. त्यांनी लिहिलेलं 'ग्यानबाचं क्यॅलक्युलस' हे चांगलंच प्रसिद्ध आहे. ते म्हणत की, गणित शिकविताना संकल्पना मराठीतून समजावून सांगा पण टर्मिनॉलॉजी इंग्रजी मधलीच वापरा. आमचे स.प.मधील प्राध्यापक आम्हाला अगदी असेच शिकवायचे. त्यांनी मला सोलापूरकर सरांची एक आठवण सांगितली होती. सोलापूरकर सरांनी स.प.मध्ये शिकवायला सुरुवात केल्यावर एका परीक्षेसाठी पेपर सेट केला होता. राईलकर सर विभाग प्रमुख होते म्हणून त्यांना तो दाखवला. तो पेपर दाखवताना सोलापूरकर सर त्यांना विविध प्रश्न कसे अवघड आहेत आणि ते मुलांना येणार नाहीत असं सांगत होते. शेवटी राईलकर सर त्यांना म्हणाले की, जर तुम्हाला आधीच माहिती आहे की हे मुलांना येणार नाही तर ते त्यांना परीक्षेत नका घालू. त्यांना जे करता येईल ते परीक्षेत विचारा. त्यांची शिकविण्याची आणि मूल्यमापनाची पद्धत अतिशय विद्यार्थी केंद्रित होती. 'लर्निंग बाय डुईंग' आणि ज्ञानरचनावादाचे ते सुरुवातीपासूनच नुसतेच समर्थक नव्हते तर प्रत्यक्षात हे कसे

आपल्या अध्यापनात उतरवायचे हे देखील दाखवत असत. त्यांनी गणिताच्या मूलभूत संकल्पना स्पष्ट करण्यासाठी विविध प्रकारचे गणिती खेळ तयार केलेले होते.

सरांना संस्कृत, जर्मन आणि फ्रेंच भाषा येत होत्या. ते म्हणत आपल्याला जर मातृभाषा चांगली येत असेल तर कोणत्याही वयात आणि टप्प्यावर तुम्ही कोणतीही इतर भाषा व्यवस्थित शिकू शकता. त्यासाठी त्यांनी त्यांचा भाऊ रशियात उच्च शिक्षणासाठी गेला तेव्हा सहा महिन्यात रशियन भाषा शिकून त्यातील पुस्तकं वाचायला सुरुवात केली हे उदाहरण सांगितलं. मातृभाषेतून शिक्षण... विशेषतः शालेय स्तरावर मातृभाषेतून शिक्षण देणे फार महत्त्वाचे असे ते सांगत. मराठी आणि संस्कृतवरचे त्यांचे विशेष प्रेम, मातृभाषेतून शिक्षणाचे महत्त्व, प्रखर हिंदुत्व, प्रखर राष्ट्रवाद, प्रखर देशभक्ती... हे सर्व त्यांच्या लेखांमध्ये प्रतिबिंबित होत असे. मी त्यांना भेटले, त्यावेळी त्यांचे वय ८१ वर्षे होते. त्या वयातही ते अत्यंत उत्साही आणि विविध विषयांवर लेखन करत असत. इतरांचं लेखन वाचून त्यावरही सविस्तर प्रतिक्रिया देत असत. ही त्यांची खासियत होती. इतक्या उतार वयातही ते उत्साहात संगणक शिकून त्याचा वापर करून विविध मोड्यूलस बनवणे, वर्डमध्ये लेख टाईप करणे आणि ते ब्लॉगवर टाकणे इ. गोष्टी करत होते. त्यांच्याशी होत असलेले ई-मेल संभाषण मी तपासले तर त्यांनी विविध विषयांवर स्वतःचे विचार मांडणारे, त्याचप्रमाणे इतरांचे चांगले असेल त्याचे मराठीत भाषांतर करणे अशा प्रकारचेही लेखन प्रचंड प्रमाणात केले आहे. त्यांनी बऱ्याच कथा देखील लिहिल्या होत्या. मातृभाषेत शिक्षण या विषयावर चर्चेसाठी तयार केलेल्या अमृतयात्री गटाचे आम्ही दोघेही सदस्य होतो. मग त्यांनी प्राचीन भारत हा एक गट प्राचीन भारतीय संस्कृती विषयी, तसेच इतर संस्कृती आणि धर्माविषयी लेखन आणि चर्चा करण्यासाठी स्थापन केला. राईलकर सरांचे लेखन वाचता वाचता आमची दमछाक होत असे. सर म्हणजे... उत्साह आणि ज्ञान याची वाहती गंगाच होती... वाचणाऱ्याची अवस्था 'देता किती घेशील दो कराने' सारखी होत असे. याव्यतिरिक्त त्यांनी पुण्याजवळ लोणी-काळभोर येथे जमीन घेऊन त्यावर बांधलेल्या घरात पर्यावरणपूरक गोष्टींचा तसेच वैज्ञानिक तत्त्वांचा प्रत्यक्ष वापर करून मूलभूत सुविधा उभारल्या होत्या.

सरांच्या या सगळ्या कार्यक्षमतेचे श्रेय अर्थातच सरांच्या बरोबरच त्यांची

६५ वर्षे सहधर्मचारिणी असलेल्या त्यांच्या पत्नीचे देखील आहे. एका मुलाखतीत सरांनी सांगितलं होतं की, यावर्षी (२०२२) त्यांच्या लग्नाला ६५ वर्षे पूर्ण झाली. त्या काळात बाई प्रथम वर्ष बी.ए.मध्ये असताना त्यांचा विवाह सरांशी झाला आणि त्यांचं शिक्षण थांबलं. घरातील सगळ्या जबाबदाऱ्या, आला-गेला, पै-पाहुणा, मुले-बाळे, सासू सासरे असे भरलेले घर सांभाळत त्यांनी पूर्ण केल्या. इतक्या समर्थपणे त्यांनी कौटुंबिक बाजू सांभाळली, म्हणूनही सर अतिशय निःशंकपणे इतके प्रचंड काम करून आपल्या कर्तृत्वाचा, ज्ञानाचा ठसा उमटवू शकले. मी असे ऐकले होते की, सर जसे विविध विषयांवर वाचन लेखन करत असत, तसंच दर आठवड्याला 'अमेरिकन मॅथमॅटिकल विकली'मध्ये दिले जाणारे अत्यंत आव्हानात्मक प्रश्न सोडवत असत. हे प्रश्न इतके अवघड असतात की, ते सोडवायचा प्रयत्न केला तरी श्रेयस्कर असते. सर अनेक वेळा ते प्रश्न सोडवायचे. ते जसे आपल्या बुद्धीला खाद्य आणि ताण देऊन प्रचोदना देत असत, तसेच नियमित व्यायाम करून आपली शारीरिक तंदुरुस्तीही राखत. हेच खरे त्यांच्या शेवटपर्यंतच्या उत्साहाचा आणि ज्ञानाचा वाहता झरा असण्यामागचे गुपित आहे. अगदी ऑगस्टच्या पहिल्या आठवड्यापर्यंत मी त्यांचे लेख 'मैत्री' या दैनंदिनीवर येत असलेले पाहत होते. माझी परमेश्वराजवळ एक प्रार्थना आहे की, मला राईलकर सरांसारखे अॅक्टिव्ह माईंड आणि बॉडी असलेले आयुष्य शेवटपर्यंत दे. त्यांना १० ऑगस्टलाच ९३ वर्षे पूर्ण झालेली होती. त्या दिवशी त्यांच्या पूर्वीच्या विद्यार्थ्यांनी आणि स.प.मधील प्राध्यापकांनी घेतलेल्या गप्पा वजा मुलाखतीचा व्हिडिओ पाहिला तर त्यातही ते अतिशय



उत्साही दिसतात. त्यांची विनोदबुद्धी देखील उत्तम असल्याचे दिसून येईल. अशा भरभरून जीवन जगलेल्या ज्ञानाच्या उपासकाच्या आत्म्यास परमेश्वर शांती देईल यात मुळीच शंका नाही, पण राईलकर सरांनी करून ठेवलेले काम हे विद्यार्थी आणि शिक्षकांपर्यंत पोहोचवले की त्यांना खरी श्रद्धांजली अर्पण होईल.

- डॉ. अपर्णा लळिंगकर

\*\*\*

## गणित म्हणजे 'का'? - प्रा. राईलकर पुस्तिकेबद्दल चिंतन

सामान्यतः शालेय स्तरावरील आणि एकूणच महाविद्यालयीन स्तरावरील गणित विषयात उपयोगात येणारी सूत्रे ही जशीच्या तशी वापरली जातात. या सूत्रांची निर्मिती कधी झाली, या गणितीय युक्त्यांमागे काय 'गणित' आहे याचा विचार मुलांच्या व शिक्षकांच्या मनात येणे गरजेचे आहे. काही वेळेस असे मनात येऊनही त्याचा पाठपुरावा केला जात नाही. परिणामी गणित म्हणजे सूत्रे, त्या सूत्रात काही संख्या घालायच्या, आकडेमोड करावयाची व उत्तर काढावयाचे इतकेच समजले जाते. प्रा. राईलकरांनी गणित म्हणजे 'का'? या त्यांच्या पुस्तिकेत या आकडेमोडी वा युक्त्या यामागचे गणित उलगडून दाखविले आहे. युक्ती वापरण्यास त्यांचा विरोध नाही पण केवळ युक्ती वापरणे, माहित असणे आणि अर्थातच त्यामुळे उत्तरपत्रिकेत 'अधिक गुण' दिसणे व त्यालाच गणित समजणे हे चुकीचे आहे असे ते म्हणतात. अगदी सोपे उदाहरण म्हणजे पाढे पाठ असणे. लहानवयात पाठांतराची क्षमता अधिक व अद्भुत असते म्हणून पाढे, माहिती वा स्तोत्रे पाठ करणे, त्याची वारंवार उजळणी करून घोटून घोटून ते मुखोद्गत करून ठेवणे हे गैर नव्हे. पण पाढे म्हणजे काय? पटापटा आकडेमोड तर गणकयंत्र वा संगणकही करतो, म्हणून तो हुशार ठरतो का? पाढे विशिष्ट चालीत व संख्यांचा उच्चारही वेगळ्या प्रकारे (उदा. ती होत्री दोन=२०३), असे का करावयाचे? या पाढ्यांच्या निर्मितीमागे तर्क काय? एकदा का तर्क वा सूत्र/युक्तीमागील गणित समजले की नव्याने उद्भवलेल्या परिस्थितीतही ते सूत्र वा युक्ती कशी कार्य करते हे समजते, असे राईलकर सरांचे योग्य म्हणणे आहे.

गणित म्हणजे 'का'? या त्यांच्या सोळापानी, त्यांनीच टाईपसेट केलेल्या, पुस्तिकेचे एकूण ४ भाग त्यांनी केलेले आहेत. गणितातील संकल्पना वा मुद्दा आणि तो समजावून सांगण्याची त्यांची पद्धत त्यांच्यातील शिक्षकाची खूण पटविणारी आहे. उदाहरणार्थ: एकक स्थानी ५ असणाऱ्या संख्येचा वर्ग करण्यासाठीची युक्ती त्यांनी सोपी संख्या घेऊन (=२५) समजावून सांगितली आहे. व त्याच संख्येचा विस्तार करून त्यामागचं गणितही सांगितलं आहे. एकच उदाहरण घेऊन संकल्पनेचं/ युक्तीच आकलन कसं होणार? (म्हणजे होणार

नाही) हे लक्षात घेऊन त्यांनी आणखी एक उदाहरण घेतलं आहे. या उदाहरणाची सोडवणूक करताना युक्तीमधील पायऱ्या गाळल्या आहेत (कारण त्या अनावश्यक नसल्या तरी उल्लेख अनावश्यक) आणि मग दोन वर्गांच्या वजाबाकीच्या सूत्राचा (म्हणजे  $a^2-b^2$  चा) उल्लेख करून अंकगणितातील महत्त्वाच्या गुणधर्मांमधील गणित बीजगणिताने सिद्ध करता येते हे दाखविले आहे. म्हणजे संख्यांवरील क्रियेने मिळणारे उत्तर हे केवळ विशिष्ट संख्यांच्या बाबतीतच खरे आहे असे नसून ते त्या परिस्थितीतील विशिष्ट अटींच्या अधीन राहून सर्वच संख्यांच्या बाबतीत खरे आहे हे नक्की झाले.

असेच एक सुंदर उदाहरण राईलकर सरांनी दिलं आहे. १०० जवळच्या संख्यांचा वर्ग करण्याची पद्धत व त्या पद्धतीमधील गणिती विचार असा मुद्दा यात आहे. ९६ चा वर्ग करताना ९६ हे १०० पेक्षा ४ ने कमी असल्याने ९६ मधून ४ कमी करून ९२ मिळतात व ४ चा वर्ग १६ असल्याने, ९२ च्या पुढे १६ लिहून ९२१६ ही संख्या ९६ चा वर्ग येते, या युक्तीमधील गणित त्यांनी अत्यंत सोप्या शब्दात आणि  $(a-b)^2$  या विस्तार सूत्राच्या वापराने सिद्ध करून दाखविले आहे. ९६ ही संख्या १०० पेक्षा कमी घेऊन एक उदाहरण तयार झाले तसेच १०४ ही संख्या १०० पेक्षा अधिक घेऊन त्यांनी एक उदाहरण घेतले आहे. कमी असताना दोनदा कमी तर जास्त असताना दोनदा जास्त असा मुद्दा यात गुंफलेला आहे. कमी असतानाचे बीजगणितीय समर्थन त्यांनी दिले आहे आणि जास्त असतानाचे समर्थन शोधावयास सांगितले आहे. युक्तीचा प्रकार एका अर्थाने एकच पण युक्ती वापरावयाच्या संख्यांमधील फरकाने युक्तीमध्ये असणाऱ्या साम्य (सारखेपणा) आणि फरक (भिन्नता) याकडे लक्ष वेधण्यास राईलकर सर भाग पाडत आहेत.

या पुस्तिकेच्या दुसऱ्या भागात, विद्यार्थ्यांना १ ते २५ पर्यंतचे वर्ग पाठ असतील तर ५१ ते ७५ आणि ७६ ते ९९ पर्यंतचे वर्ग करण्याच्या युक्त्या दिल्या आहेत. एका विशिष्ट संख्येपासून समान अंतरावर पण विरुद्ध बाजूला असणाऱ्या संख्यांबाबतचा विचार यात सुंदर पद्धतीने केला आहे. २९ चा वर्ग काढण्यासाठी आपण विचार करू यात. २९ हे २५ पेक्षा ४ ने जास्त. २५ पेक्षा ४ ने कमी २१. म्हणून  $२९^2 = २१^2 + ४$  शे.  $= ४४१ + ४०० = ८४१$ . आता हे घडते कसे पाहा!  $(२५+४)^2 = (२५-४)^2 + ४$  शे. म्हणून  $२१^2 + ४$  शे. हे उत्तर. असेच का घडते? पाहा:  $(२५+x)^2 - (२५-x)^2 = ६२५ + ५०x + x^2 - ६२५ - x^2 + ५०x = १००x$  म्हणजे  $x$  ची १०० पट. म्हणून १०० (म्हणजे शे) पट संख्या मिळवावी लागणार

(२५-x)<sup>१</sup> मध्ये हे नक्की झाले.

याही पुढे जाऊन ९ या संख्येच्या पूरक संख्येचा वापर करून (म्हणजे १ ची पूरक संख्या ८, २ ची नऊ पूरक संख्या ७ याप्रमाणे) दोन संख्यांची वजाबाकी करताना 'हातच्याचा' या संकल्पनेचा वापर वजाबाकीसाठी न करता, बेरजेनेच उत्तर कसे येते याची संकल्पना सुंदर पद्धतीने मांडली आहे. यामागचे गणितही तिसऱ्या भागात दिलेले आहे आणि संख्यांच्या प्रक्रियेत त्यांच्या आत काय घडते, संख्यांची किंमत, स्थानिक किंमत, संख्यालेखन पद्धत यांचा सहभाग यात कसा असतो हे समजावून दिले आहे.

याच भागात २, ५, ३, ९ आणि ७ यांच्या संदर्भातील विभाज्यतेच्या कसोट्यांचा ऊहापोह फारच उलट करून राईलकर सरांनी त्यासंदर्भातील काही प्रमेये, उपप्रमेये यांची मांडणी केली आहे. अर्थात हातात पेन आणि समोर कागद घेऊनच ते समजावून घ्यावे लागते; करून पाहावे लागते. २, ३, ५ या मूळसंख्या आहेत. यांच्या विभाज्यतेच्या कसोट्या समजण्यास सोप्या आहेत. त्यामुळे त्या लक्षातही राहू शकतात. परंतु ७, १७ या मूळसंख्यांच्या कसोट्या व त्यामागचे गणितही समजावून दिले आहे. शतकस्थानचा अंक आणि शतकांची संख्या यातील फरक जाणीवपूर्वक नमूद करून त्याबद्दल एक उदाहरणही दिले आहे. ५७३२ मध्ये शतकस्थानी ७ आहेत पण शतकांची संख्या ५७ आहे असे नमूद करून संख्येचे विस्तारित रूप हे विभाज्यतेची कसोटी अशीच का हे सिद्ध करण्यासाठी कसे उपयुक्त ठरते हे दाखविले आहे. १९ ची कसोटी तर विलक्षण पद्धतीने समजावून दिली आहे.

पुस्तिकेच्या चौथ्या भागात ५१ ते ७५ या दरम्यानच्या संख्यांचा वर्ग आणि ७६ ते १०० मधील संख्यांच्या वर्गासंबंधी गणित मांडले आहे.

कोणतीही रीत, युक्ती, सूत्र वापरून आपण बरोबर उत्तरापर्यंत कसे पोहोचतो याबरोबरच त्या रीतीमागील, सूत्र वापरामागील वा युक्तीमागील गणित, गणिती तत्त्व कोणते हे समजावून घेणे, शोधणे, आपले गणित विषयक आकलन आणि अभिरुची वाढवण्याबरोबरच, आंधळेपणाने स्वीकार करण्याच्या मनोवृत्तीवर प्रतिकूल परिणाम करित असल्याने स्वागतार्ह कसे आहे हे लक्षात घ्यायचे असेल तर 'वाई तालुका गणित अध्यापक मंडळा'ने प्रकाशित केलेल्या एकूण ४८ पुस्तिकांपैकी प्रत्येक पुस्तिकेचा आपण वापर करायला हवा. मंडळाने प्रा. मनोहर राईलकर यांची एकूण १८ पुस्तके प्रकाशात आणली आहेत. उच्च

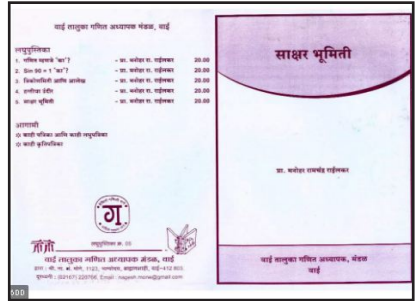
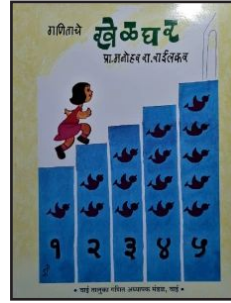
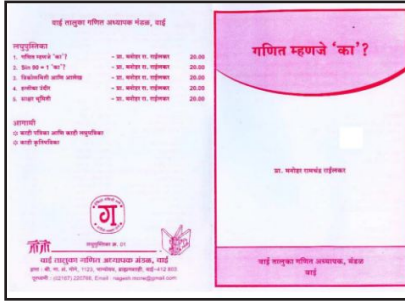
दर्जाची बुद्धिमत्ता, गणित विषयाचा उच्च दर्जाचा विचार आणि अनुभव असणाऱ्या प्रा. राईलकर सरांनी शालेय स्तरावरील शिक्षकांसाठी, विद्यार्थ्यांसाठी केलेले काम हे मुलभूत स्वरूपाचे व अर्थपूर्ण असे आहे.

प्रा. राईलकर यांनी लिहिलेली आणि वाई तालुका गणित अध्यापक मंडळ, वाई यांनी प्रकाशित केलेली काही पुस्तके -

- १) मिश्र संख्या                      २) कोनांचं त्रिभाजन                      ३) कापा आणि जोडा  
 ४) समीकरण                      ५) साक्षर भूमिती                      ६) अपूर्णांक  
 ७) बालकांना गणित शिकवू नका (त्यांचे त्यांना शिकू द्या)                      ८) भागाकार

- नागेश शंकर मोने

मुख्याध्यापक, द्रविड हायस्कूल, वाई



**शैक्षणिक उपक्रम संशोधिका,**  
**ज्ञान प्रबोधिनी**

पत्ता : 'विनायक भवन', ५१४, सदाशिव पेठ, पुणे ४११ ०३०.  
 दूरभाष : ०२०-२४२०७२३१ / २४२०७१९४

ई-प्रशिक्षक अंक - ऑक्टोबर २०२२ / १६